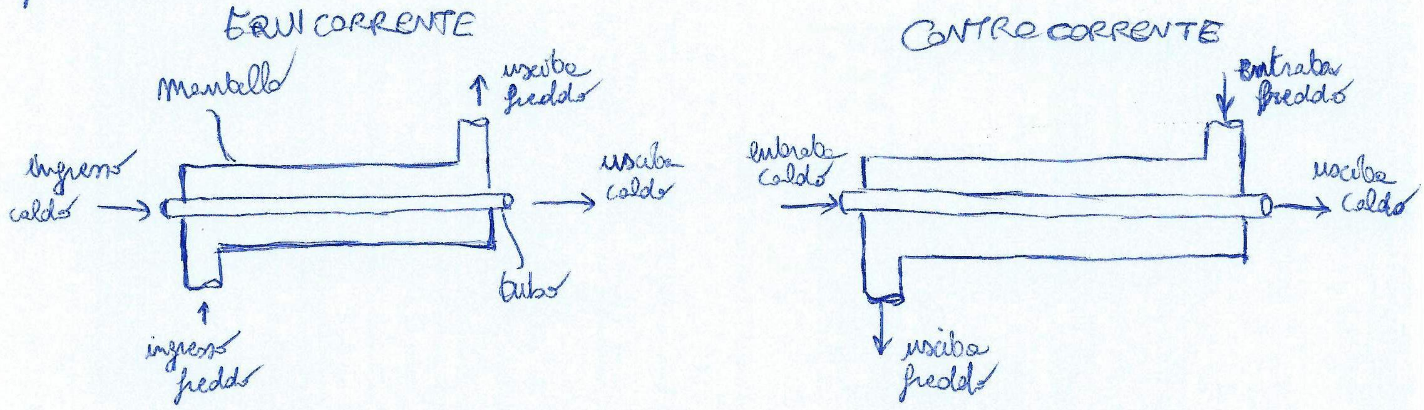
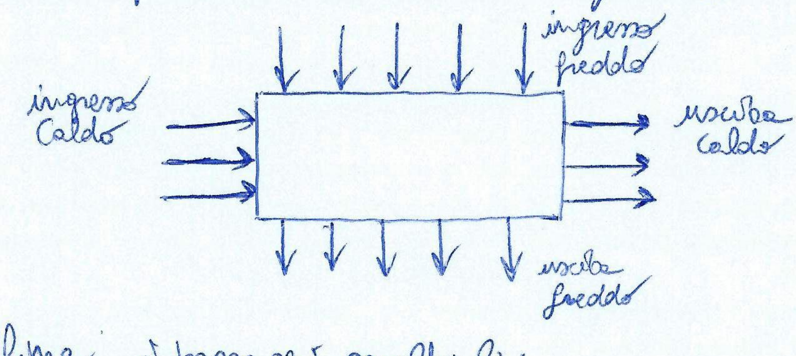
Gli scambiatori di calore

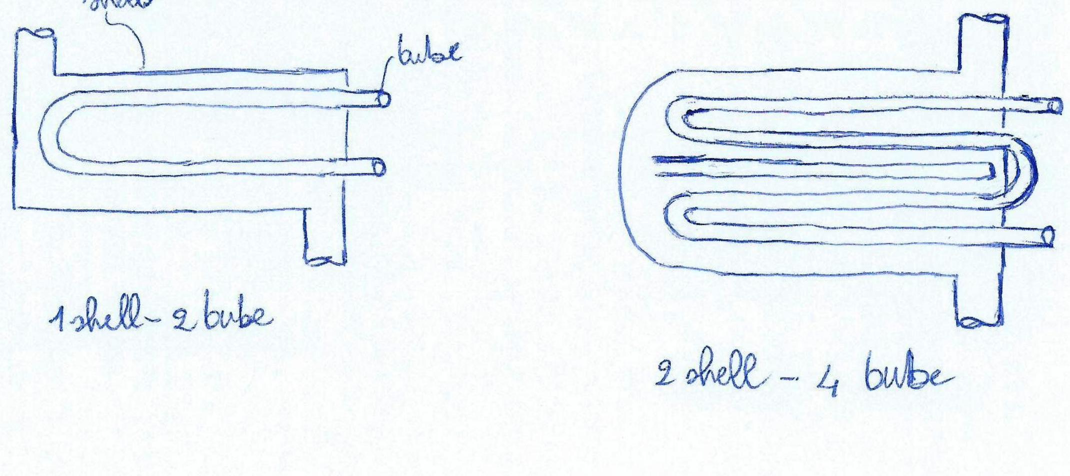
Sono apparecchiature che consentono lo scambio di calore tra due fluidi senza che essi si mescolino tra loro.
Il tipo più semplice di scambiatore è quello a doppio tubo, costituito da due tubi concentrici nei quali scorrono i due fluidi a diversa temperatura. Può essere controcorrente o equicorrente:



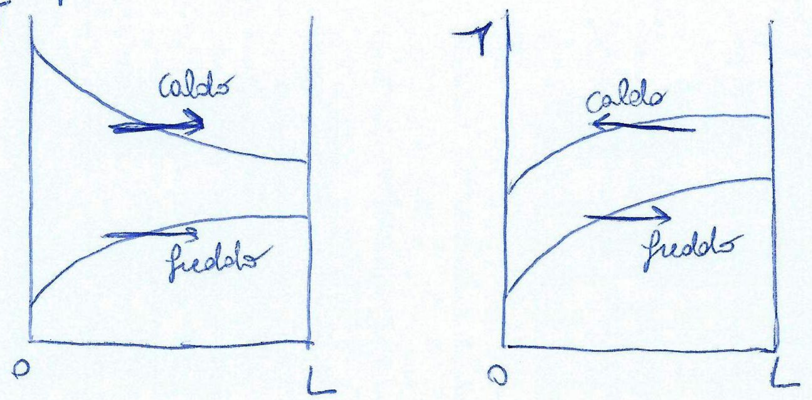
Nel primo caso i fluidi caldo e freddo entrano dalla stessa parte dello scambiatore ed escono da quella opposta. Nel secondo entrano ed escono da parti opposte.
Un altro tipo di scambiatore è quello a correnti incrociate, in cui tanti tubi di fluido paralleli attraversano una camera pervasa dall'altro fluido:



Esistono infine i passaggi multipli:



Ecco gli andamenti qualitativi:



EQUICORRENTE   CONTROCORRENTE

L'andamento è logaritmico.
I flussi termici sono (c = caldo, f = freddo, i = ingresso, u = uscita):

$$q_1 = \dot{m}_c \, (H_{ci} - H_{cu}) > 0 \quad \text{ceduto} \qquad q_2 = \dot{m}_f \, (H_{fu} - H_{fi}) > 0 \quad \text{assorbito}$$

Se il fluido è monofase compresso:

$$q_1 = \dot{m}_c \, c_{pc} (T_{ci} - T_{cu}) \qquad q_2 = \dot{m}_f \cdot c_{pf} (T_{fu} - T_{fi})$$

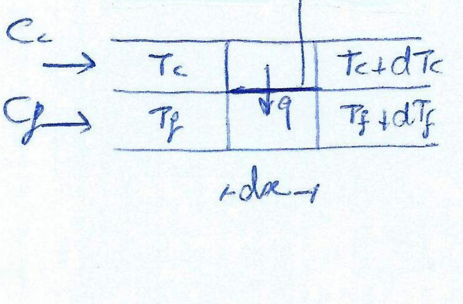
Il c_p non deve subire eccessive variazioni durante il processo.
Detta U la trasmittanza e A l'area (indifferentemente esterna o interna):

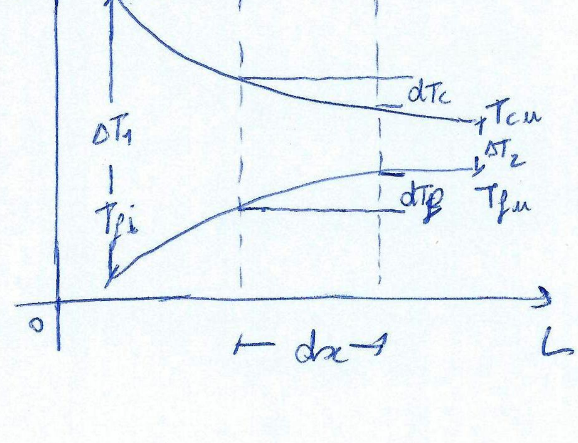
$$q = U \cdot A \cdot \Delta T_m$$

Vediamo come esplicitare ΔT_m attraverso T_{ci}, T_{cu}, T_{fi}, T_{fu}.
Definiamo il flusso di capacità termica della corrente fredda e quello della corrente calda, C_f e C_c:

$$C_f = \dot{m}_f \cdot c_{pf} \Rightarrow q = C_f (T_{fu} - T_{fi}) \quad \text{e} \quad C_c = \dot{m}_c \cdot c_{pc} \Rightarrow q = C_c (T_{ci} - T_{cu})$$

Le dimensioni sono $\left[\frac{M}{t} \cdot \frac{E}{M \cdot T}\right] = \left[\frac{P}{T}\right]$, potenza su temperatura.
Consideriamo uno scambiatore equicorrente in un tratto dx della sua lunghezza:





Nel tratto dx si ha:

$$dq = -C_c\, dT_c = C_f\, dT_f$$

$$\Rightarrow \quad dT_c = -\frac{dq}{C_c} \qquad e \qquad dT_f = \frac{dq}{C_f}$$

Ma $dq = U \cdot dA \cdot \Delta T$ e:

$$dT_c - dT_f = -dq\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) = d(\Delta T)$$

Con $d(\Delta T)$ differenziale locale (anche se noi possiamo misurare le temperature solo in ingresso e in uscita). Abbiamo, uguagliando le due espressioni di dq:

$$-\frac{d(\Delta T)}{\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)} = U\, dA\, \Delta T \Rightarrow \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) dA$$

Integriamo tra ingresso e uscita (ΔT_1 e ΔT_2) e tra 0 e A:

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \int_0^A -U\left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right) dA \Rightarrow \ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -U \cdot A \cdot \left(\frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_c}\right)$$

$$\Rightarrow \ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -\frac{UA}{q}\left(T_{ci} - T_{cu} + T_{fu} - T_{fi}\right) = -\frac{UA}{q}\left(\Delta T_1 - \Delta T_2\right)$$

Infatti $\frac{q}{C_f} = T_{fu} - T_{fi}$, $\frac{q}{C_c} = T_{ci} - T_{cu}$ e $\Delta T_1 = T_{ci} - T_{fi}$, $\Delta T_2 = T_{cu} - T_{fu}$.

Abbiamo allora:

$$q = UA\,\frac{(\Delta T_1 - \Delta T_2)}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \qquad e \qquad q = U \cdot A \cdot \Delta T_m$$

Da cui la differenza media logaritmica di temperatura è:

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$

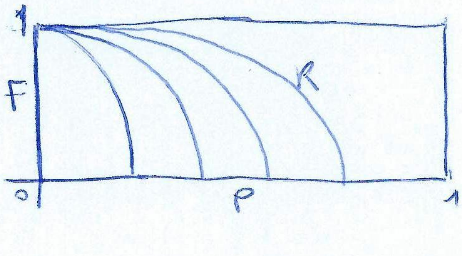
Formula valida sia nel caso equicorrente che in quello controcorrente.

Per gli scambiatori a correnti incrociate o a passaggi multipli:

$$\Delta T_m = F \cdot MLTD$$

Con F fattore di correzione dipendente dalla geometria e MLTD temperatura media logaritmica. Per ottenere F abbiamo bisogno di due parametri P e R che si usano su grafici dipendenti dalla geometria dell'apparecchio:

$$P = \frac{T_{Tu} - T_{Ti}}{T_{Mi} - T_{Ti}} \qquad R = \frac{T_{Mi} - T_{Mu}}{T_{Tu} - T_{Ti}}$$



Con pedice T per "tubo" e M per "mantello".

Integrando ora ingresso e generico x possiamo vedere come varia lo- calmente la temperatura:

$$-\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U\left(\frac{1}{C_f}-\frac{1}{C_c}\right)dA \Rightarrow \ln\frac{\Delta T(x)}{\Delta T_1} = -U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)$$

$$\Rightarrow \Delta T(x) = \Delta T_1 \cdot e^{-U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)}$$

Il flusso elementare è allora:

$$dq = U\Delta T_1 \cdot e^{-U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)} \cdot dA \qquad dq = C_f \cdot dT_f$$

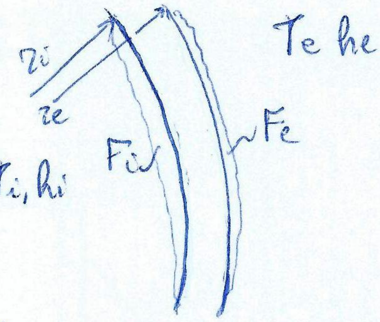
$$\Rightarrow dT_f = \frac{U\cdot\Delta T_1}{C_f}\cdot e^{-U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)}\, dA$$

$$\Rightarrow T_f(x) - T_{fi} = \left[-\frac{\cancel{U}\cdot\Delta T_1}{\cancel{C_f}}\cdot\frac{\cancel{C_f}\cdot C_c}{(C_f+C_c)\cancel{U}}\cdot e^{-U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)}\right]_{A(0)=0}^{A(x)}$$

$$\Rightarrow T_f(x) = T_{fi} + \frac{C_c}{C_f+C_c}\cdot\Delta T_1\left[1-e^{-U\left(\frac{1}{C_f}+\frac{1}{C_c}\right)A(x)}\right]$$

Nello scambiatore equicorrente non c'è mai inversione di temperatura (in quello controcorrente sì: $T_{fu}>T_{cu}$).

Considerando la trasmissione del calore, negli scambiatori abbiamo cinque resistenze termiche: convettiva esterna (nel mantello), convettiva interna (nei tubi), conduttiva dei tubi interni e dovuta alla sporcizia che si deposita nei tubi e nel mantello (fouling factors):



$$R_t = R_{conv\,i} + R_{fi} + R_{cond} + R_{fe} + R_{conv\,e}$$

$$R_t = \frac{1}{A_i h_i} + \frac{F_i}{A_i} + \frac{\ln(r_e/r_i)}{2\pi k l} + \frac{F_e}{A_e} + \frac{1}{A_e h_e}$$

Con F_i e F_e in $\left[\frac{m^2K}{W}\right]$

La trasmittanza può essere interna o esterna:

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + F_i + \frac{r_i}{k}\ln(r_e/r_i) + \frac{r_i}{r_e}F_e + \frac{r_i}{r_e h_e}}$$

avendo raccolto e semplificato A_i

$$U_e = \frac{1}{\frac{r_e}{r_i h_i} + \frac{r_e}{r_i}F_i + \frac{r_e}{k}\ln(r_e/r_i) + F_e + \frac{1}{h_e}}$$

avendo raccolto e semplificato A_e

Quindi:

$$\frac{1}{R_t} = A_iU_i = A_eU_e = \frac{1}{\frac{1}{2\pi r_i L h_i} + \frac{F_i}{2\pi r_i L} + \frac{1}{2\pi L k}\ln(r_e/r_i) + \frac{F_e}{2\pi r_i L} + \frac{1}{2\pi r_e L h_e}}$$

Valori empirici sono:

acqua-olio	gas-gas	condensatori di vapori
$U=60\div350$	$U=60\div600$	$U=1500\div5000$

Nel caso dei vapori i valori più elevati sono dovuti ai passaggi di stato.